



ФОРМИРОВАНИЕ И РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

Чаплыгина М.Е., доцент кафедры естественно-математического образования ОГБУ ДПО КИРО.

Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (31 мая 2021 г.)

32.2. Программа формирования универсальных учебных действий у обучающихся должна обеспечивать:

развитие способности к саморазвитию и самосовершенствованию;

формирование внутренней позиции личности, регулятивных, познавательных, коммуникативных универсальных учебных действий у обучающихся;

формирование опыта применения универсальных учебных действий в жизненных ситуациях для решения задач общекультурного, личностного и познавательного развития обучающихся, готовности к решению практических задач;

повышение эффективности усвоения знаний и учебных действий, формирования компетенций в предметных областях, учебно-исследовательской и проектной деятельности;

формирование навыка участия в различных формах организации учебно-исследовательской и проектной деятельности, в том числе творческих конкурсах, олимпиадах, научных обществах, научно-практических конференциях, олимпиадах;

**Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования
(31 мая 2021 г.)**

овладение приемами учебного сотрудничества и социального взаимодействия со сверстниками, обучающимися младшего и старшего возраста и взрослыми в совместной учебно-исследовательской и проектной деятельности;

формирование знаний и навыков в области финансовой грамотности и устойчивого развития общества.

**Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования
(31 мая 2021 г.)**

35.2. В целях обеспечения реализации программы основного общего образования в Организации для участников образовательных отношений должны создаваться условия, обеспечивающие возможность:

формирования функциональной грамотности обучающихся (способности решать учебные задачи и жизненные проблемные ситуации на основе сформированных предметных, метапредметных и универсальных способов деятельности), включающей овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу дальнейшего успешного образования и ориентации в мире профессий;

Примерная программа учебного курса «Математика» 5-6 классы.

(Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию, протокол 3/21 от 27.09.2021 г.)

ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

Приоритетными целями обучения математике в 5—6 классах являются:

- развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, интереса к изучению математики;
- подведение обучающихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира;
- формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать математические объекты в реальных жизненных ситуациях, применять освоенные умения для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать полученные результаты и оценивать их на соответствие практической ситуации.

Планируемые метапредметные результаты

- владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ

Концепция направления «математическая грамотность» исследования PISA-2021

Математическая грамотность – это способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах.

Она включает в себя понятия, процедуры и факты, а также инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане в 21 веке.

В определении математической грамотности особое внимание уделяется использованию математики для решения практических задач в различных контекстах.

Концептуальные рамки оценки математической грамотности


Принятое определение математической грамотности повлекло за собой разработку особого инструментария исследования: учащимся предлагаются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а *близкие к реальным проблемным ситуациям, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики.*

МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ

Основа организации исследования математической грамотности включает три структурных компонента:

- контекст, в котором представлена проблема;*
- содержание математического образования, которое используется в заданиях;*
- мыслительная деятельность, необходимая для того, чтобы связать контекст, в котором представлена проблема, с математическим содержанием, необходимым для её решения.*

Задания для «мягкого мониторинга» 5-6 классы

- решать задачи методом перебора вариантов;
 - читать, заполнять и интерпретировать данные таблиц, столбчатой и круговой диаграмм;
 - иметь представление о масштабе, шкалах;
 - ориентироваться на числовой прямой;
 - устанавливать соответствие между реальным размером объекта и представленным на изображении;
- 

Ситуационность знаний: примеры

Пример задания	Кол-во верных ответов
$5 \cdot 4 = ?$	95%
В коробке 5 рядов по 4 конфеты в каждом. Сколько всего конфет в коробке?	85%
У меня завтра день рождения, будет 15 гостей. Хватит ли одной коробки конфет, если в ней 5 рядов по 4 конфеты в каждом? Поясните свой ответ.	50%

Математика

Обычная задача. Геометрия 7 класс
Атанасян. Номер 108.

108 \square Периметр равнобедренного треугольника ABC с основанием BC равен 40 см, а периметр равностороннего треугольника BCD равен 45 см. Найдите стороны AB и BC .



Кто дойдёт быстрее?

Таня и Надя поспорили, кто быстрее дойдёт до своей бабушки. Скорость Тани 5 км/ч, а скорость Нади 3 км/ч. Обе девочки живут в доме номер 1В. Бабушка Тани живёт в доме 25А, а бабушка Нади - 15С (смотри рисунок). В этом районе есть ещё дом 10Д. Дома 1В, 15С, 10Д находятся на одинаковом расстоянии друг от друга. И сумма этих расстояний равна 450 м. А дома 1В и 15С – на одинаковом расстоянии от дома 25А. Сумма этих расстояний равна 250 м.

Определи, кто победит в пари?



25А



1В



15С



10Д



Компетентностно-ориентированное задание (контекстная задача)

Признаки компетентно-ориентированного задания:

- имитация жизненной ситуации;
- обучающий характер, адаптация к возрастному уровню учащихся;
- выход за рамки одной образовательной области;
- наличие заметно большего, по сравнению с обычными учебными задачами, набора данных, среди которых могут быть и лишние;
- часть необходимых данных отсутствует; предполагается, что учащиеся должны самостоятельно найти их в справочной литературе.



Методика работы над задачами

Задача «Гостиница»

Для развития туристического бизнеса мэрией города было принято решение о строительстве новой гостиницы. В ее проектировании, строительстве и оборудовании приняли участие студенты учебных заведений города.

200 одноместных и двухместных номеров

25000 р./месяц прибыли будет приносить одноместный номер

40 000 р./месяц прибыли будет приносить двухместный номер

на **60%** будут ежемесячно заполняться одноместные номера

на **80%**. будут ежемесячно заполняться двухместные номера

Вычислите, сколько одноместных и сколько двухместных номеров заложено в проект гостиницы, чтобы ежемесячная прибыль составляла **5 040 000 р.**?



Задание 4. «Баня».

В семье Петровых, состоящей из шести человек, проживающей в г. Кострома , решили заменить крышу бани (смотрите на рис.), при этом выяснилось, что существует несколько способов перекрытия крыш.

Есть определенная закономерность архитектурного построения здания, при котором расчет угла наклона крыши определяется отношением высоты крыши к ширине дома как 1:3. Этот способ определения угла крыши очень приблизительный, так как не учитывает ни выбор кровельного материала, ни ветровые и снеговые нагрузки в данном регионе.



Вопрос 1

Определите, какой должна быть высота крыши, если ее ширина 3 м, длина 3 м.

А) 1; Б) 2; С) 3; Д) 4.

Ответ:

Вопрос 2

Рассчитайте, чему равен тангенс угла наклона крыши.

А) 0,3333 ; Б) 0, 3335 ; С) 0,6666 ; Д) 0, 6667.

Ответ:

Ссылки на планирование КТП

- ▶ <https://www.umomatem.ru/>
- ▶ https://www.youtube.com/channel/UCIO49ImZx_rpjJJxxViTBRRQ/about

Система формирования и развития функциональной грамотности

Формирование функциональной грамотности	Создание условий по формированию и развитию ФГ	<ul style="list-style-type: none">- нормативно-правовые- кадровые- организационные- содержательные
	Изменение в содержании образования	<ul style="list-style-type: none">- ООП- внеурочная деятельность- воспитательная работа
	Изменения в технологиях	<ul style="list-style-type: none">- технологическая карта урока- технологии и формы воспитательной работы- метапредметные конкурсы и олимпиады- инструменты для оценки сформированности ФГ

КОМПЕТЕНЦИИ БУДУЩЕГО:



ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ СТАНДАРТ (ВСЕХ СТУПЕНЕЙ ОБРАЗОВАНИЯ)

- а) изменение образовательной парадигмы — *компетентностный подход*;
- б) характер обучения и взаимодействия участников образовательного процесса — *сотрудничество, деятельностный подход*;
- в) доминирующий компонент организации образовательного процесса — *практико-ориентированная, исследовательская и проектная деятельность, основанная на проявлении самостоятельности, активности, творчестве учащихся*;
- г) характер контроля — *комплексная оценка образовательных результатов по трем группам (личностные, предметные, метапредметные)*.

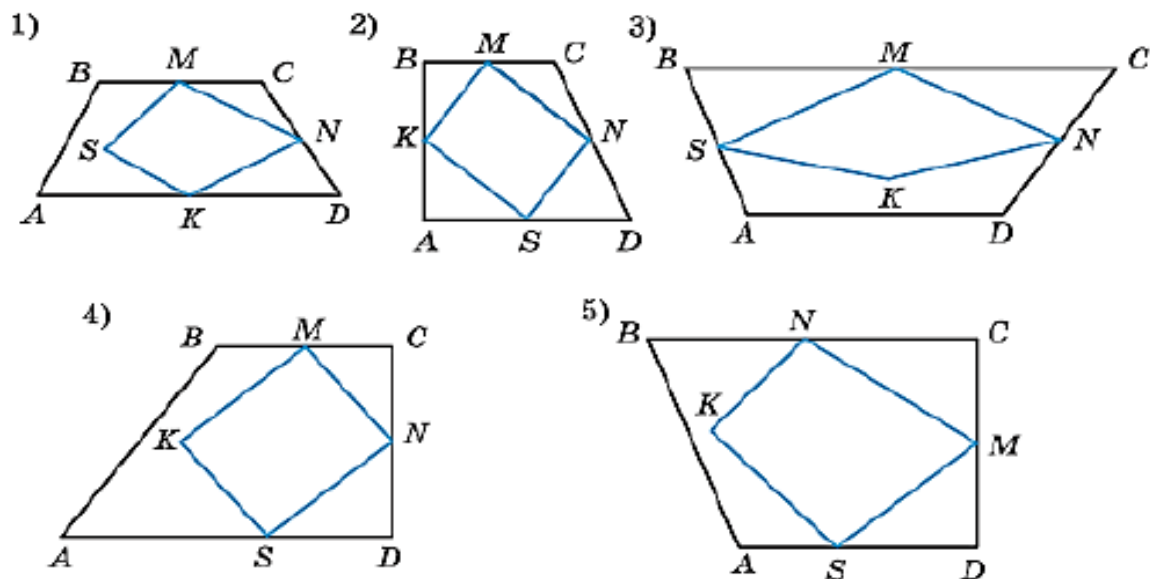


Виды деятельности и технологии, способствующие развитию математической грамотности

- ▶ При работе над текстовой задачей можно применять следующие формы:
- ▶ - Задания на выполнение математического анализа задач: цель – развитие самостоятельности мышления.
- ▶ - Работа по преобразованию задач: цель – формирование умения устанавливать связь в задаче между данными и искомыми, навыков исследовательской деятельности, например, установить как повлияет изменение данных на результат.
- ▶ - Решение взаимно - обратных задач: цель – развитие логического мышления, творческих способностей.
- ▶ - Задания творческого характера: цель- формирование применения знаний на практике.

▶ ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ

Геометрия — одна из самых древних наук. Термин «геометрическая фигура» был введён древними греками, которые дали названия большинству известных нам геометрических фигур: точка, линия, треугольник, трапеция, ромб и др. Упоминания о геометрических фигурах встречаются и у древних египтян, о чём свидетельствуют найденные при раскопках археологами папирусы с изображением этих фигур. На изображено 5 фигур, составленных из двух четырёхугольников.



Вопрос 2

Измените одно из условий описания фигуры так, чтобы ему соответствовала фигура с другим номером.

Вопрос 3

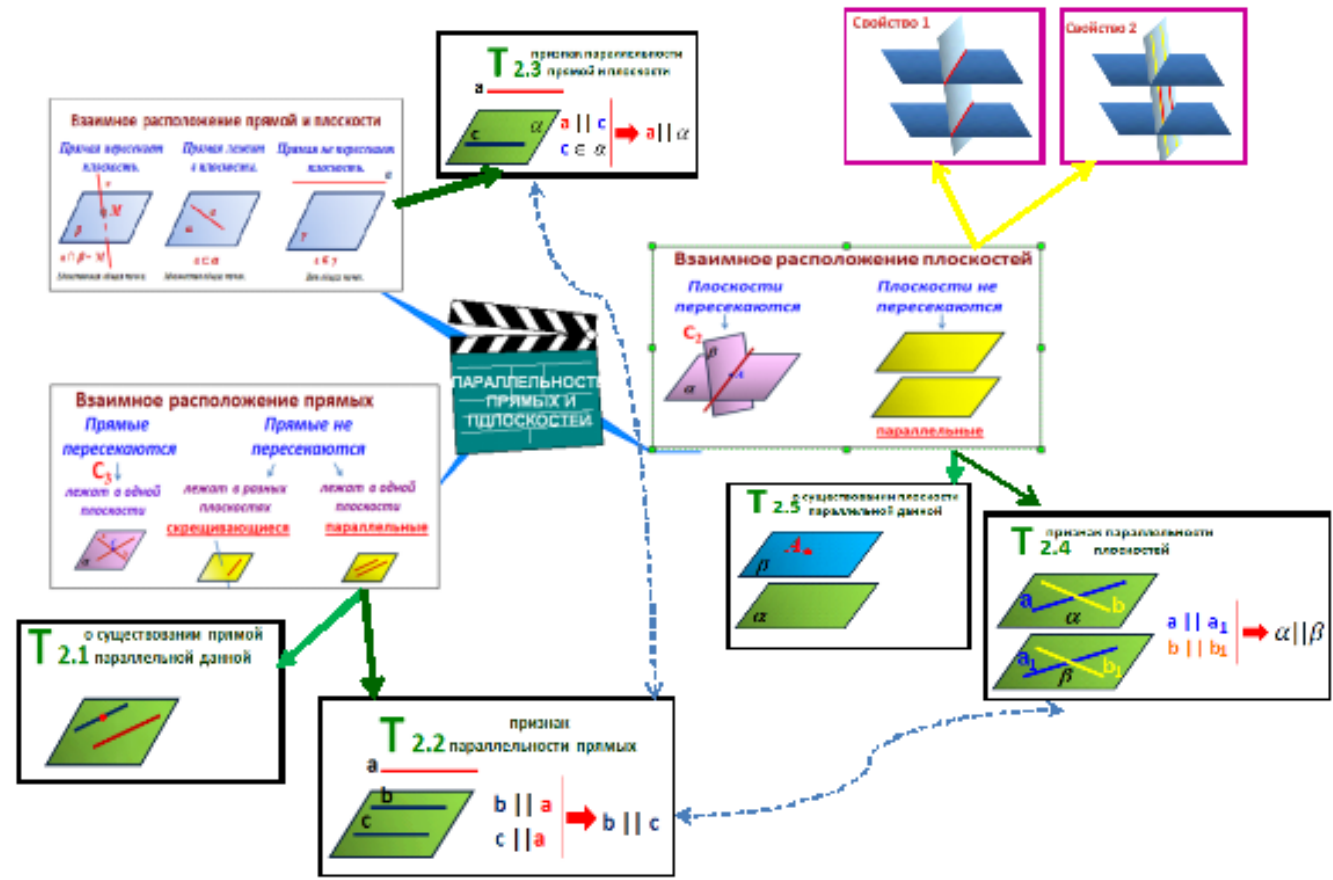
Нарисуйте в тетради свою фигуру, составленную из параллелограмма и треугольника, и опишите её. При описании фигуры должно быть использовано не менее семи условий.

МЕТОДЫ И ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ:

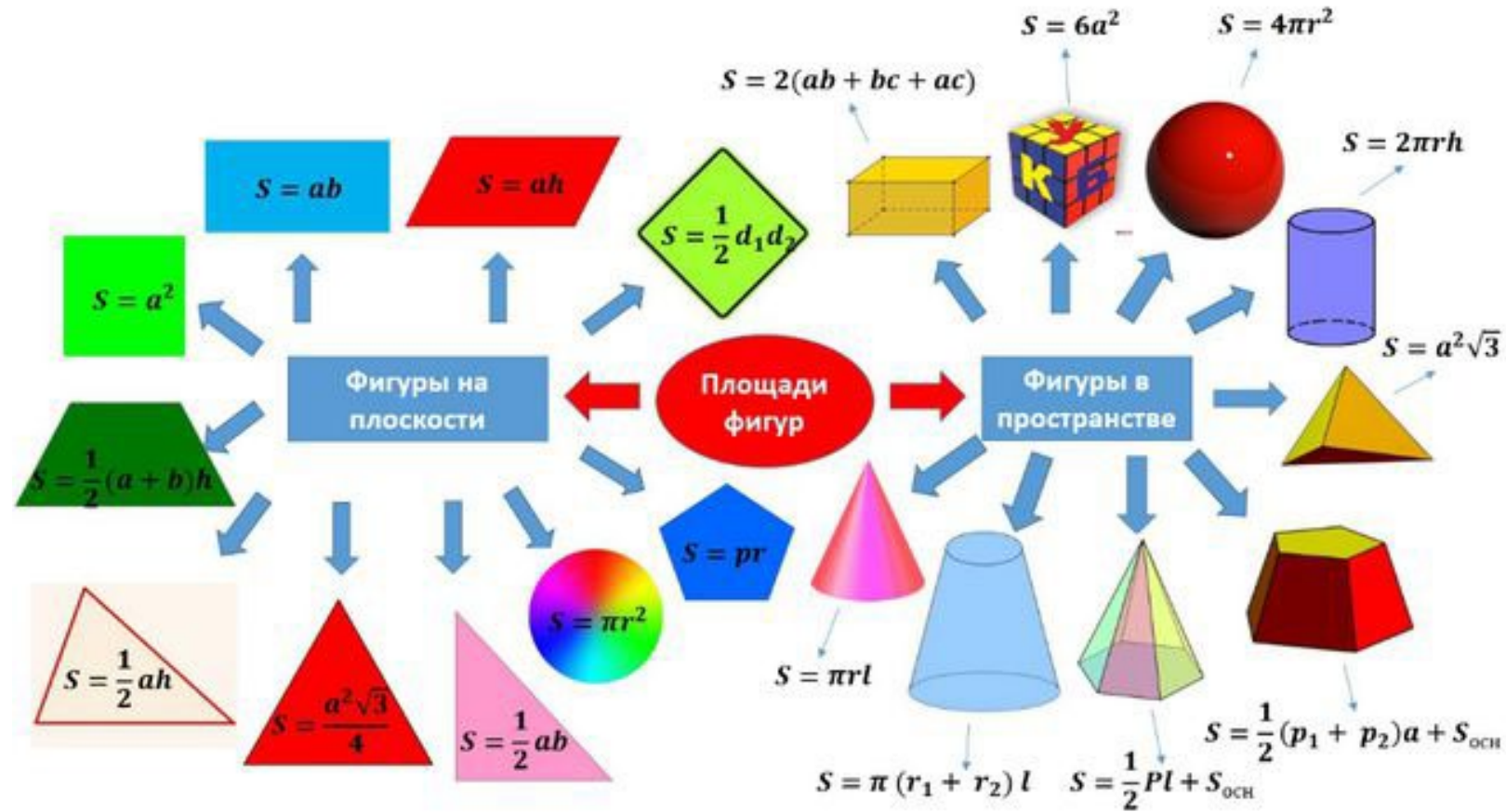
- **Мозговой штурм**
- **Древо проблем**
- **Интеллект-карты**
- **Кластерные карты**
- **Групповые технологии**
- **Проектное обучение**
- **EduScram**



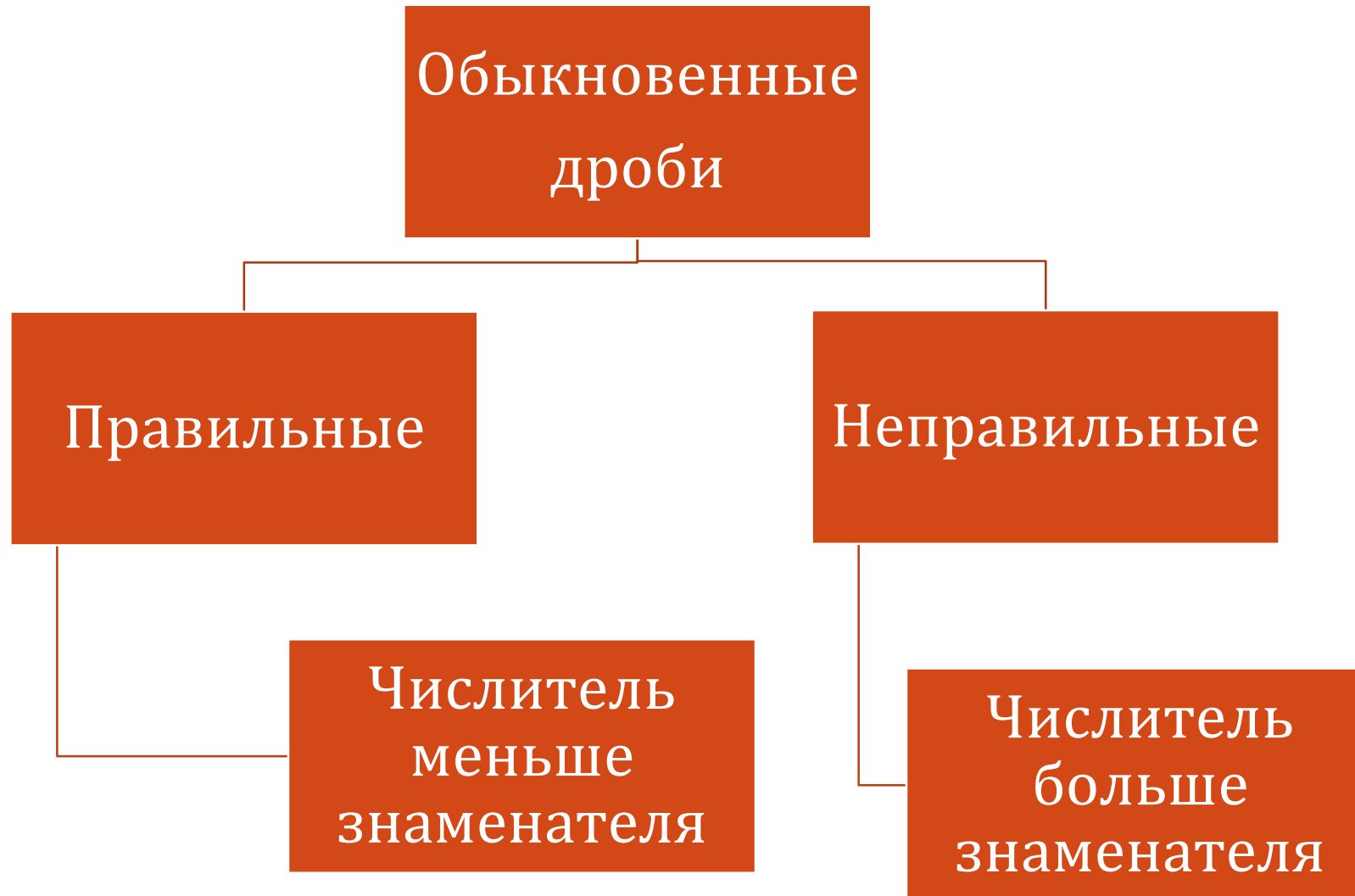
ИНТЕЛЛЕКТ-КАРТА



Составление групповой интеллект-карты на уроке математики



Кластерные карты



ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

ЦЕНТР ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ

На сайте института размещены **апробационные работы** (*демонстрационные варианты*) по функциональной грамотности (математической)- диагностические работы для учащихся 5 и 7 классов. <http://skiv.instrao.ru/>

Характеристики заданий и система оценивания мониторинга формирования и оценки функциональной грамотности (*Математическая грамотность*)

Даны **основные подходы к оценке математической грамотности** учащихся основной школы.

Размещены **рекомендации** по организации и проведению апробации инструментария и технологии мониторинга формирования функциональной грамотности учащихся 5 и 7 классов

PISA выделяет 6 уровней функциональной грамотности

Самостоятельно мыслящие, способные функционировать в сложных условиях:

Уровень 6 (нижняя граница в баллах – 669,30) -осмыслить, обобщить и использовать информацию, полученную на основе исследования и моделирования сложных проблемных ситуаций в *нетипичных контекстах*. Учащиеся могут гибко связывать различные источники информации и представления.

Уровень 5 (границы в баллах: 606,99 – 669,30) создавать и работать с моделями сложных проблемных ситуаций, выбирать, сравнивать и оценивать соответствующие стратегии решения комплексных проблем, умение размышлять и рассуждать, связывать между собой формы представления информации.

PISA выделяет 6 уровней функциональной грамотности

Способны использовать имеющиеся знания для получения новой информации

Уровень 4 (границы в баллах: 544,68 – 606,99) работать с четко определенными (детальными) моделями сложных конкретных ситуаций, выбрать и интегрировать информацию, представленную в различной форме, изложить свои объяснения и аргументы, опираясь на свою интерпретацию, доводы и действия.

Уровень 3 (границы в баллах: 482,38 – 544,68) способны выполнять четко описанные процедуры, выбор и применения простых методов решения, способность справляться с процентами, обыкновенными и десятичными дробями, работать с пропорциональными зависимостями. Учащиеся могут выполнять четко описанные процедуры, в том числе те, которые требуют последовательных решений. Они могут построить простую модель и на ее основе выбрать и применить простые стратегии решения проблем.

PISA выделяет 6 уровней функциональной грамотности

Уровень 2 (границы в баллах: 420,07 – 482,38) - интерпретировать и распознавать в контекстах ситуации, где требуется применять *стандартные алгоритмы, формулы, процедуры*, соглашения или правила для решения проблем, способны грамотно интерпретировать полученные результаты.

Уровень 2 – пороговый, при достижении которого учащиеся начинают демонстрировать применение знаний и умений в простейших неучебных ситуациях

Примерно 20% выпускников основной школы не достигают порогового уровня функциональной грамотности по трем областям: читательской, математической, естественнонаучной.

Примерно 33% - по одной из областей.

PISA выделяет 6 уровней функциональной грамотности

Уровень 1 (границы в баллах: 357,77 – 420,07) – Учащиеся способны ответить на вопросы в знакомых контекстах, когда представлена вся необходимая информация и вопросы ясно сформулированы. Они способны распознать нужную информацию и выполнить стандартные процедуры в соответствии с прямыми указаниями в четко определенных ситуациях. Они могут выполнить действия, которые почти всегда очевидны и явно следуют из описания предложенной ситуации.

Уровень ниже 1 (верхняя граница в баллах 357,77) - Учащиеся способны выполнить очень прямые и простые математические задания, например, найти единственное значение на четко оформленной диаграмме или в таблице, где надписи на диаграммах или столбцах и строках таблицы полностью соответствуют словам, приведенным в описании ситуации и в вопросах к ней. Таким образом, критерии выбора должны быть ясны учащимся, а зависимость между диаграммой или таблицей и аспектами контекста очевидна, а для выполнения арифметических вычислений с натуральными числами даны четкие указания.

Компетентностно-ориентированное задание (контекстная задача)

- Разработанный в логике деятельностного подхода приём мотивации. Суть его заключается в том, что учитель создает на уроке реальную или моделирует воображаемую жизненную ситуацию и предлагает ученику действовать в ней, опираясь на имеющиеся у него **знания** и **опыт**.
- Название «контекстная задача» достаточно условно, так как это не задача в общепринятом смысле, а «жизненно-имитационная» ситуация для описания или разрешения которой учащиеся используют **математический аппарат**.



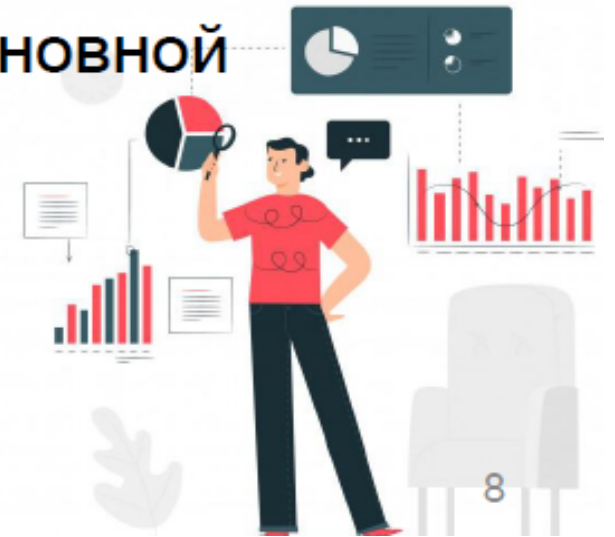
Требования к контекстной задаче

- Контекстная задача должна опираться на реально имеющийся у учащихся **жизненный опыт, представления, знания** (в том числе житейские, донаучные), **взгляды, мнения, предпочтения** и т. д.
- Контекстная задача отличается **принципиальной неопределенностью и открытостью**.



Требования к контекстной задаче

- Компетентностно-ориентированные задачи **нестандартны, оригинальны**, иногда даже парадоксальны по содержанию.
- Компетентностно-ориентированные задачи – это **задачи-ловушки**, в которых в неявном, свернутом виде **заключена проблема**, которая соответствует основной идее учебного занятия, его сверхзадаче



Алгоритм составления контекстных задач

1

Определив тему предстоящего урока, подумайте, что в этой теме ученикам уже **может быть известно** и что будет **новым**.

2

Подумайте, в чем может заключаться **личностная значимость** тех **новых знаний**, которые приобретут ученики на предстоящем уроке.

3

Сформулируйте ответы на все предыдущие вопросы обобщенно – в виде **лично значимой проблемы**.

4

Вспомните или придумайте какую-либо **жизненную ситуацию**, анализируя которую или действуя в которой ученики сами смогут **осознать** и **сформулировать** лично значимую для них проблему.

Алгоритм составления контекстных задач

5

Составьте текст – описание данной ситуации, то есть **опишите условие контекстной задачи.**

6

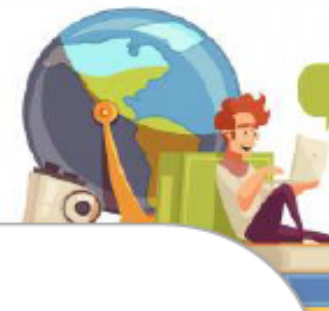
Сформулируйте задание, требующее анализа ситуации или осуществления соответствующих ситуации действий.

7

Оцените качество и предполагаемую эффективность полученной контекстной задачи с двух позиций:

- способствует ли она встрече с проблемой, соответствующей программной теме урока;
- содержит ли данная задача ориентиры для получения учениками ответа на вопрос о личной значимости новых знаний и умений.

Типы компетентностно-ориентированных заданий (КОЗ)



1

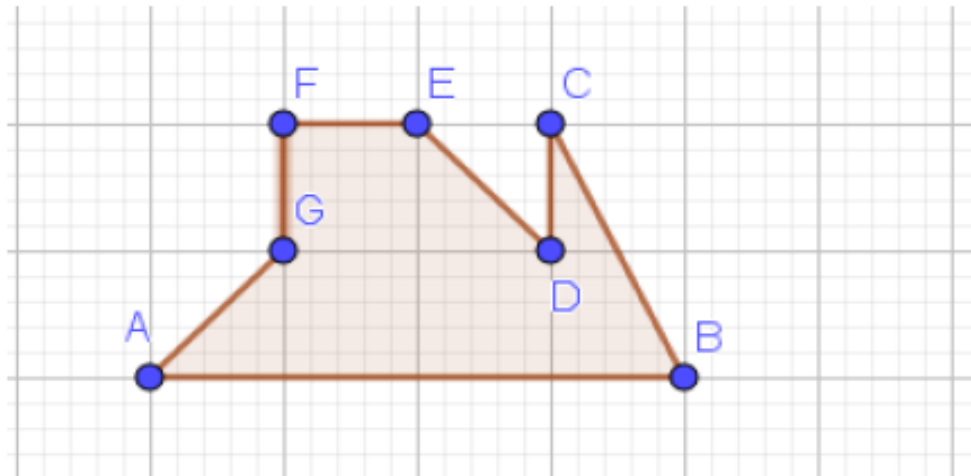
Предметные компетентно-ориентированные задания:

в условии описана **предметная ситуация**, для решения которой требуется **установление и использование широкого спектра связей предметного содержания**, изучаемого в разных разделах предмета. В ходе анализа условия необходимо «узнать» информацию, представленную в разных формах и сконструировать способ решения.

Типы компетентностно-ориентированных заданий (контекстных задач)

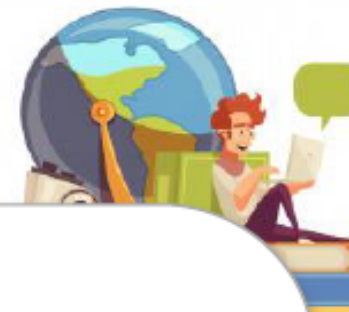
Пример:

В городе построили новый микрорайон, который схематично представлен на рисунке.



Рассчитайте количество населения, проживающего в этом микрорайоне, если известно, что его плотность (количество человек на 1 кв. км) равна **3040 жителей** и **1 клетка = 1 кв. км**

Типы компетентностно-ориентированных заданий (КОЗ)



2

Межпредметные КОЗ:

в условии описана **ситуация** на языке одной из предметных областей с использованием языка другой предметной области.

Для решения нужно применять знания из соответствующих областей, требуется **исследование условия** с точки зрения выделенных предметных областей.

Типы компетентностно-ориентированных заданий (КОЗ)

Пример:

Лавина - это пришедшие в движение на склоне, скользящие и низвергающиеся снежные массы. Обладая высокой мощностью, данное природное явление способно наносить серьёзные разрушения. Территориальное Управление МЧС опубликовало прогноз на январь месяц по району N: «Вероятность снежной лавины в районе N составляет три к четырем».

Вопрос 1: Какое из утверждений правильно передает прогноз?

- A** поэтому между 23 и 24 января произойдет сход снежной лавины в районе N.
- B** Вероятность того, что в январе произойдет сход снежной лавины в районе N больше, чем вероятность того, что сход не произойдет.
- C** Невозможно сказать о том, что может случиться, потому что никто точно не знает, когда произойдет сход снежной лавины.
- D** Можно быть уверенным, что в течение января произойдет сход снежной лавины.



Типы компетентностно-ориентированных заданий (КОЗ)



3

Практические КОЗ:

в условии описана практическая ситуация, для разрешения которой нужно применять не только знания из разных предметных областей (обязательно включающих изучаемую дисциплину), но и приобретенные на практике, в повседневном опыте. При этом недостаточно задать только сюжетную фабулу, данные в такой задаче не должны быть оторваны от реальности.

Типы компетентностно-ориентированных заданий (КОЗ)

Пример

Николай, который живет в **Калининграде**, хочет созвониться с родственниками, которые живут во **Владивостоке**.
Во сколько Николай должен позвонить своим родственникам во Владивостоке, чтобы его звонок приходился в промежуток времени с 10.00 до 18.00 в каждом городе?



Карта часовых зон



Методика работы над задачами

Задача «Гостиница»

Для развития туристического бизнеса мэрией города было принято решение о строительстве новой гостиницы. В ее проектировании, строительстве и оборудовании приняли участие студенты учебных заведений города.

200 одноместных и двухместных номеров

25000 р./месяц прибыли будет приносить одноместный номер

40 000 р./месяц прибыли будет приносить двухместный номер

на **60%** будут ежемесячно заполняться одноместные номера

на **80%**. будут ежемесячно заполняться двухместные номера

Вычислите, сколько одноместных и сколько двухместных номеров заложено в проект гостиницы, чтобы ежемесячная прибыль составляла **5 040 000 р.**?



Методика работы над задачами

Задача «Гостиница»

Процесс математического моделирования включает в себя несколько этапов.

Первый из них – это математизация информации, т.е. **перевод данных в математические величины.**

Следующим шагом должно стать установление **функциональной зависимости между величинами.** Например, как связана прибыль гостиницы с количеством номеров и прибылью от каждого номера. Для этого следует рассмотреть запись **$A=B \cdot C$** , которую можно обыграть на разных величинах, уточняя каждый раз связь между ними.



Методика работы над задачами

Задача «Гостиница»

Третий этап – составление собственно математической задачи (уравнения, неравенства, системы и т. д.) и обязательно её обоснование!

Для рассматриваемой задачи это будет система линейных уравнений:

$$\begin{cases} x+y=200 \\ 0,6 \cdot 25000 \cdot x + 0,8 \cdot 40000 \cdot y = 5040 \end{cases}$$



Методика работы над задачами

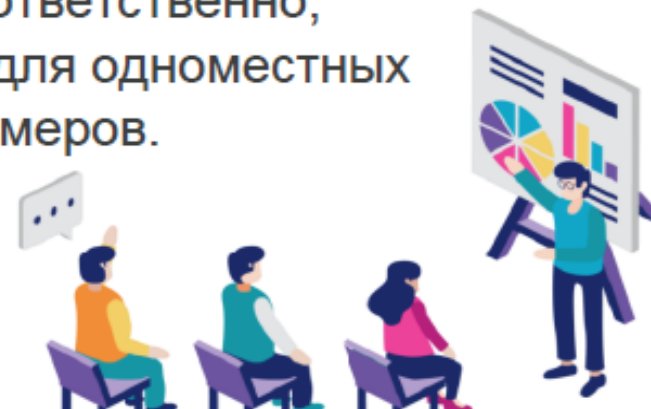
Задача «Гостиница» [11. С. 10]

Четвертый этап – интерпретация полученных результатов, сначала в математических терминах, а затем в терминологии задачи: x и y как решения системы линейных уравнений и количество одноместных и двухместных номеров.

Пятый этап – составляем обобщенную модель с использованием буквенной символики для любой гостиницы с одноместными и двухместными номерами.

$$\begin{cases} x+y= A \\ n \cdot B \cdot x+m \cdot C \cdot y =D' \end{cases}$$

где x и y – количество одноместных и двухместных номеров соответственно, A – всего номеров, B, C, D – сумма прибыли (B – общая, C, D – для одноместных и двухместных номеров соответственно, n и m – заполнение номеров.



Методика работы над задачами Задача «Гостиница»

Важно иметь в виду, что создаваемая учителем на уроке проблемная ситуация должна «вырастать» не из академической задачи, а из противоречий и проблем реальной жизни ребенка, его личного опыта, которые составляют контекст учения и в которых всегда отражается в той или иной форме опыт общественный, социокультурный.



Задание 1. «Кассовый аппарат».

Кассовый автомат используют для пополнения счёта на карте «Проезд на транспорте». Информация на экране автомата:

Клиент может ежедневно вносить:

- *Купюрами – не более 300 рублей,*
- *Мелочью – не более 30 рублей.*

У Гриши есть 70 рублей мелочью (монеты по 10 р. и 5 р.) – 8 монет, а также 400 рублей шестью купюрами.

Всего у Гриши денег – 470 рублей.

Он пересчитал все монеты и купюры и заполнил таблицу.



Количество монет и купюр



6



2



4



2

Вопрос 1

Составьте числовое выражение, которое показывает, что Гриша учел в таблице всю сумму денег.

Ответ:

Система оценивания.

1 балл:

Записано числовое выражение подсчёта суммы денег (сумма четырёх произведений), например, $10 \times 6 + 5 \times 2 + 50 \times 4 + 100 \times 2$. Ответ считается верным, если слагаемые записаны в любом порядке, а также сомножители в каждом произведении записаны в любом порядке

Пример верного ответа:

$5 \times 2 + 6 \times 10 + 50 \times 4 + 2 \times 100$ или $10 \cdot 6 + 5 \cdot 2 + 50 \cdot 4 + 100 \cdot 2$

0 баллов:

Другие ответы

Ответ отсутствует.

Задание 1. «Кассовый аппарат».

Вопрос 2

Докажите, что Гриша может за два дня положить на счёт все купюры на сумму 400 рублей.

Объясните свой ответ.

Ответ:

Количество монет и купюр



6



2



4



2

Система оценивания.

2 балла:

Дано объяснение, в котором показано, сколько денег (и какими купюрами) можно положить в первый и сколько во второй день. В итоге из объяснения должно быть видно, что все купюры внесены за 2 дня. Обязательно должно быть указано, что сумма за 2 дня равна 400 р., или это видно из объяснения (см. пример 2).

Примеры возможного объяснения (ответы детей):

Пример 1. «1 день – 200 р. купюрами по 100р., 2 день – 200 р. купюрами по 50 р, всего 400 р.»

Пример 2. 1 день – 250 р., 2 купюры по 100 р. и 1 – 50 р., 2 день – остальные 150 р., 3 купюры – по 50 р.

Пример 3.

$$50 \times 4 = 200$$

$$100 \times 2 = 200 \quad 200 + 200 = 400 \text{ – за два дня}$$

1 балл:

Объяснение неполное, в нем не упомянуто, какие именно и сколько купюр вносится в первый и во второй день, но сумма за 2 дня составляет 400 р. Кроме того, в объяснении не должно быть неверных утверждений. Примеры возможного объяснения (ответы детей): Пример 1. «За первый день Гриша может положить 300 рублей, а во второй день 100».

Пример 2. «За два дня можно внести купюрами 400 рублей: 1 день - 250 р., 2 день - 150 р.»

Пример 3. «1 день – 300 р., 2 день – 100 р., $400 : 300 = 1$ (ост.100). 100 рублей - во второй день».

Пример 4. «400 р. можно внести за 2 дня: 1 день - 200р., 2 день - 200 р.»

Пример 5. «В первый день Гриша положит все купюры равные 50, во второй все 100».

0 баллов:

Другие ответы.

Ответ отсутствует.

Задание 1. «Кассовый аппарат».

Вопрос 1.

Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки** - Количество
- **Компетентностная область оценки** - Формулировать
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** –1
- **Формат ответа** – краткий ответ
- **Описание задания («объект оценки»)** – выполнение расчетов с натуральными числами; составление числового выражения, соответствующего условию задания
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: планировать ход решения, упорядочивать действия

Вопрос 2.

Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки** - Количество
- **Компетентностная область оценки** - Формулировать
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** - 2
- **Формат ответа** – развернутый ответ
- **Описание задания («объект оценки»)** – выполнение расчетов с натуральными числами; понимание смысла арифметического действия (деление с остатком), прикидка результата
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: формулировать вывод

Задание 2. «Багаж в аэропорту».

Иван Иванович собирается полететь в отпуск на самолете авиакомпании «Сокол».

Он узнал, что в салон самолета можно взять ручную кладь весом не более 7 кг. Также в стоимость билета входит 1 место багажа весом до 20 кг.

Если у пассажира несколько мест багажа, то на каждое из них можно оформить дополнительное место багажа. Дополнительное место – один предмет весом до 20 кг – стоит 1000 р. Если предмет весом больше 20 кг, то за каждый «лишний» килограмм сверх двадцати нужно заплатить ещё 300 р. (вес округляется в большую сторону до килограмма).

Прибыв в аэропорт, Иван Иванович взвесил каждый предмет своего багажа.



19 кг 900 г



3 кг 900 г



1 кг 800 г



4 кг 500 г

Вопрос 1

Какие два предмета может взять с собой в салон самолета Иван Иванович? Запишите в следующей таблице названия этих предметов.

Ответ:

Ручная кладь

Решение 1		
Решение 2		

Система оценивания.

2 балла: С использованием соответствующих названий предметов багажа приведены 2 решения в любом порядке

Решение 1	Решение 2
рюкзак	компьютер (или лэптоп)
компьютер (или лэптоп)	Коробка

1 балл:

Приведено одно любое решение, а другое решение не приведено или приведено неверное.

0 баллов: Другие ответы. Ответ отсутствует.

Задание 2. «Багаж в аэропорту».

Вопрос 2

Иван Иванович взял в салон самолета рюкзак и ноутбук. Как Ивану Ивановичу поступить с оставшимися предметами?

Запишите ответ, объясните его.



Ответ:

Объяснение:

Система оценивания.

2 балла: Дан верный ответ: «Сдать в багаж», «Оформить дополнительное место багажа за 1000 р.» В объяснении должно говориться о том, что одно из мест надо сдать в багаж бесплатно (чемодан) или просто сдать в багаж, а за второе (коробка) надо заплатить 1000 р. (коробка весит около 5 кг, что меньше 20 кг, значит, оплата 1000 р.)

Примеры возможного объяснения (ответы детей):

Пример 1. «Чемодан он сдаст как багаж. А коробка будет дополнительный багаж. За коробку он дополнительно отдаст 1000 р.»

Пример 2. «Чемодан сдать бесплатно в багаж, а коробка весит меньше 20 кг, значит, заплатить за неё 1000р.»

Пример 3. «20кг он повезёт на месте багажа, а за оставшиеся 4кг 500г ему надо доплатить 1000 р.».

1 балл: Дан верный ответ: «Сдать в багаж чемодан и коробку» ИЛИ «Сдать в багаж» ИЛИ «Оформить дополнительное место багажа», а объяснение, неполное. Например, говорится, как поступить только с одним из оставшихся предметов (см. Примеры 1,3), ИЛИ не указано, сколько надо заплатить за дополнительное место багажа (см. Пример 2), ИЛИ указана неверная оплата за коробку (вместо 1000 р. указано, например, 1200 р. или 1500 р.), но явно видно, что один предмет сдаётся в багаж бесплатно.

Примеры возможного объяснения (ответы детей):

Пример 1. «Сдать в багаж. Объяснение: Чемодан весит меньше 20 кг, его можно сдать в багаж бесплатно».

Пример 2. «Чемодан сдаст в багаж, а коробку за дополнительную плату».

Пример 3. «Оформить дополнительное место багажа. Объяснение: она весит меньше 20 кг, дополнительное место стоит 1000 р.»

Пример 4. «Чемодан он может положить в место для багажа, которое входит в стоимость билета, и доплатить 1500 рублей за коробку».

0 баллов: Другие ответы. Ответ отсутствует.

Задание 2. «Багаж в аэропорту».

Вопрос 1.

Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки** – Количество
- **Компетентностная область оценки** - Применять
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** - 2
- **Формат ответа** – краткий ответ в виде слов – названий предметов
- **Описание задания («объект оценки»)** – сравнение величин; округление величин; прикидка результата сложения двух или нескольких величин
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: интерпретировать данные, приведенные в тексте и на рисунке; учитывать все условия, находить разные решения практической задачи

Вопрос 2.

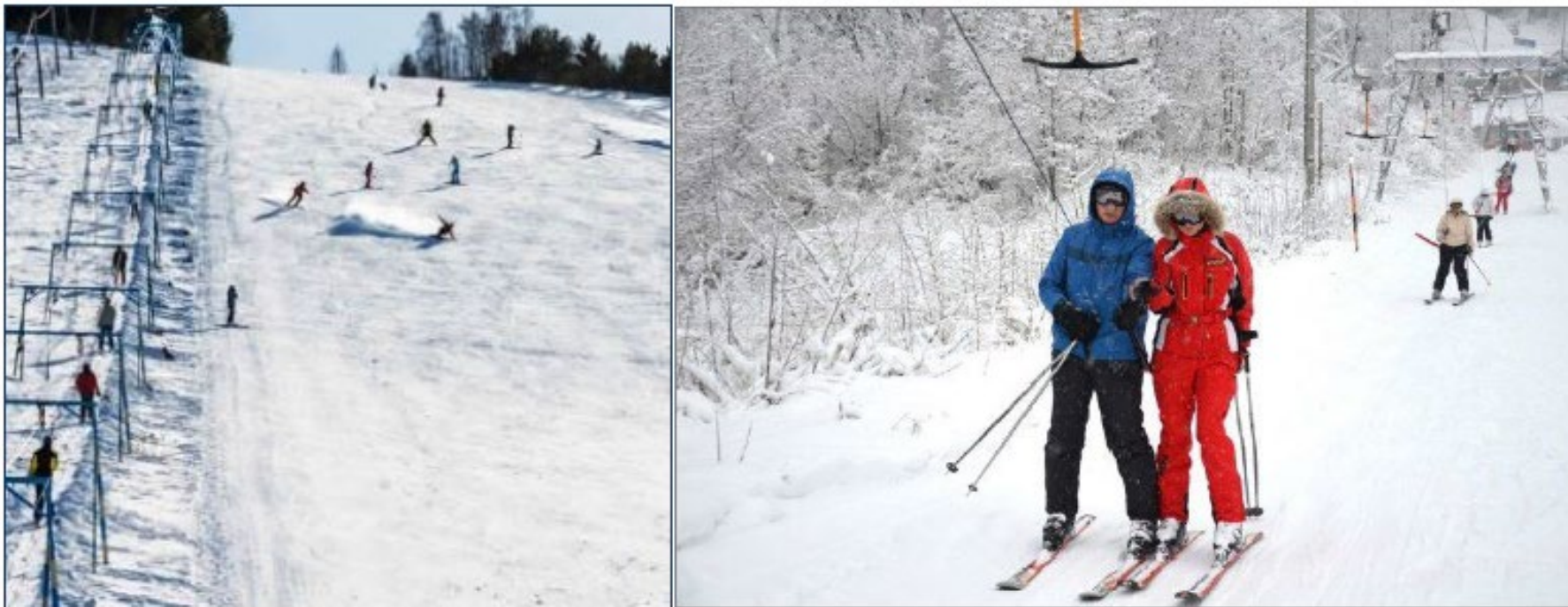
Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки** – Количество
- **Компетентностная область оценки** - Интерпретировать
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** - 3
- **Формат ответа** – развернутый ответ
- **Описание задания («объект оценки»)** – расчеты с величинами, числами; сравнение, округление величин; прикидка результата
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: интерпретировать данные, приведенные в тексте; планировать ход решения, делать вывод, объяснять рациональное решение поставленной проблемы


Задание 3. «Бугельные подъемники».

Для подъёма горнолыжников и сноубордистов к месту начала спуска используют различные типы горнолыжных подъёмников: гондольные, кресельные и бугельные

Бугельные подъёмники осуществляют подъём лыжников от нижней станции до верхней за счёт бугеля (перекладины) или тарелки, их вместимость – 1 или 2 человека.



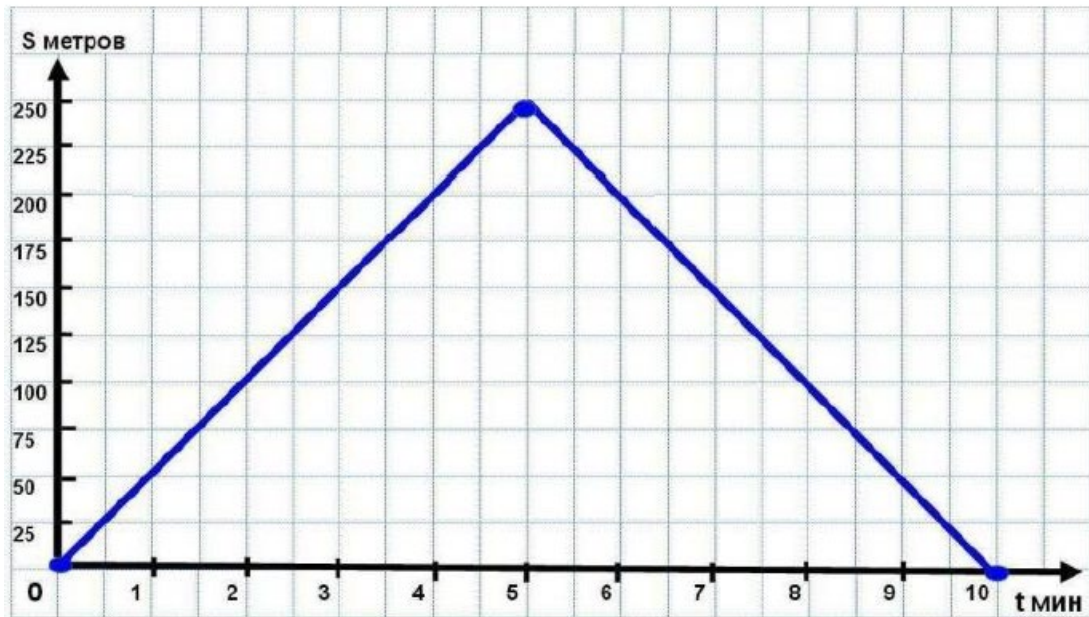
Характеристики двух бугельных подъёмников представлены в таблице.

Бугельный тип подъёмника	Длина трассы, м	Время подъёма, мин	Пропускная способность, чел./ч	Вместимость одного бугеля, чел.	
	А	250	5	600	1
	Б	180	4	360	2

Задание 3. «Бугельные подъемники».

Вопрос 1

На рисунке изображён график зависимости расстояния между бугелем и нижней станцией подъемника от времени движения. По горизонтальной оси отложено время движения бугеля (в минутах), по вертикальной оси – расстояние от бугеля до нижней станции (в метрах).



Посмотрите на график и ответьте на вопросы:

А) Какое расстояние будет между бугелем и нижней станцией через 3 минуты после начала подъёма?

Ответ:

Б) Для какого подъемника (А или Б) представлен график зависимости?

Ответ:

Система оценивания.

1 балл:

Даны верные ответы на оба вопроса: А) 150 м; Б) А.

0 баллов:

Другие ответы или ответ отсутствует.

Задание 3. «Бугельные подъемники».

Вопрос 2

Пропускная способность подъемника – это количество лыжников, которые могут подняться от нижней станции до верхней в течение одного часа.

Что необходимо знать из приведённого ниже списка, чтобы подсчитать пропускную способность подъемника? Поставьте V:

Характеристика	
1) Длина трассы подъемника	
2) Вместимость одного бугеля	
3) Время подъёма бугеля с нижней станции до верхней	
4) Общее количество бугелей на подъемнике	
5) Перепад высот между нижней и верхней станциями	



Система оценивания.

2 балла: Дан ответ: 2, 3, 4.

1 балл: Дан ответ: 3, 4.

0 баллов: Другие ответы или ответ отсутствует.

Задание 3. «Бугельные подъемники».

Вопрос 1.

Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки:** неопределенность и данные
- **Компетентностная область оценки:** интерпретировать
- **Контекст:** научная жизнь
- **Уровень сложности:** 1
- **Формат ответа:** А) краткий ответ; Б) краткий ответ
- **Описание задания («объект оценки»):** чтение и интерпретация данных, представленных в таблице и на графике

Вопрос 2.

Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки:** количество
- **Компетентностная область оценки:** формулировать
- **Контекст:** научная жизнь
- **Уровень сложности:** 3
- **Формат ответа:** множественный выбор
- **Описание задания («объект оценки»)** – интерпретация данных и величин, поиск зависимостей

Задание 4. «Баня».

В семье Петровых, состоящей из шести человек, проживающей в г. Кострома , решили заменить крышу бани (смотрите на рис.), при этом выяснилось, что существует несколько способов перекрытия крыш.

Есть определенная закономерность архитектурного построения здания, при котором расчет угла наклона крыши определяется отношением высоты крыши к ширине дома как 1:3. Этот способ определения угла крыши очень приблизительный, так как не учитывает ни выбор кровельного материала, ни ветровые и снеговые нагрузки в данном регионе.



Вопрос 1

Определите, какой должна быть высота крыши, если ее ширина 3 м, длина 3 м.

А) 1; Б) 2; С) 3; Д) 4.

Ответ:

Вопрос 2

Рассчитайте, чему равен тангенс угла наклона крыши.

А) 0,3333 ; Б) 0, 3335 ; С) 0,6666 ; Д) 0, 6667.

Ответ:

Задание 4. «Баня».

Задание 1.

Характеристика задания;

1. *Область содержания:* Пространство и форма.
2. *Контекст:* Профессиональный.
3. *Мыслительная деятельность:* Применять. Выполнить прямое и простое математическое задание.
4. *Объект оценки* (предметный результат): Определение высоты крыши
5. *Уровень сложности:* 1.
6. *Формат ответа:* Вопрос с выбором ответа
7. *Критерии оценивания* (0 или 1 балл):

0 баллов	нет верного ответа
1 балл	1) верный ответ. Ширина 3 м, значит высота 1м

Задание 2.

Характеристика задания;

1. *Область содержания* Изменение и зависимости.
2. *Контекст:* Профессиональный.
3. *Мыслительная деятельность:* Применять. Применить стандартный алгоритм.
4. *Объект оценки* (предметный результат): Нахождение тангенса угла наклона крыши.
5. *Уровень сложности:* 2.
6. *Формат ответа:* Вопрос с выбором ответа,
7. *Критерии оценивания* (0 или 1 балл):

0 баллов	нет верного ответа
1 балл	1) верный ответ. 2) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3} \approx 0,6667$

Задание 4. «Баня».

Вопрос 3

Математический подход определения угла наклона крыши подразумевает выполнение расчета с помощью специальной таблицы, в которой указаны градусы уклона, проценты уклона и коэффициент подъема конька, на который умножается длина горизонтальной проекции ската крыши.

Часто определение угла наклона крыши связано с выбором кровельного материала. Объясняется это тем, что разные кровельные материалы имеют различные рекомендованные углы укладки, при которых обеспечивается максимальная герметичность крыши.

Определите, пользуясь данными таблицы, какова будет высота крыши бани, если выбрать кровельный материал - волнистые асбестоцементные листы.

Ответ:

Вид кровли	Уклон		
	в градусах	в %	в соотношении высоты конька к половине заложения кровли
4- и 3-слойные кровли из рулонных материалов на основе битума	0-3	ДО 5	до 0:20
2-слойная кровля из рулонных материалов на основе битума	8,5	15	1:6,6
Волнистые асбестоцементные листы	9	16	1:6
Глиняная черепица	9,5	20	1:5
Стальные листы	18	29	1:3,5
Сланцевце и асбестоцементные плиты	26.5	50	1:2
Цементно-песчаная черепица	34	67	1:1,5
Деревянная кровля	39	80	1:1,125

Характеристика задания;

1. **Область содержания** Изменение и зависимости
2. **Контекст:** Научный.
3. **Мыслительная деятельность:** Формулировать.
4. **Объект оценки (предметный результат):** Выбрать и интегрировать информацию, представленной в табличной форме:
5. **Уровень сложности:** 4.
6. **Формат ответа:** Вопрос, требующий короткого ответа.
7. **Критерии оценивания (0 или 2 балла):**

0 баллов	Нет верного ответа
2 балла	Верный ответ. Угол наклона крыши 9° . Половина заложения кровли : 1,5 м. Высота конька в шесть раз меньше. $1,5 : 6 = 0,25$ м

Задание 4. «Баня».

Вопрос 4

Дедушка семьи Петровых Иван Семенович, говорит, что если брать кровельный материал волнистые асбестоцементные листы, то крыша их бани должна быть под углом 30°, а папа, Николай Иванович, утверждает, что снеговая нагрузка в этом случае на их крышу будет составлять около 900 кг. Кто из них прав?

Дайте развернутый ответ, используя следующую информацию:

На прочность и долговечность конструкций крыш существенное влияние оказывают снег, ветер, дождь, перепады температуры и другие физико-механические факторы, воздействующие на здание.

Для расчета полной снеговой нагрузки на крышу или кровлю, существует формула $S=S_g \cdot \mu$.

S_g - вес снегового покрова на 1 м².

В таблице приведены значения S_g (кг снега/м²), на карте снеговой район.

μ - коэффициент перехода от веса снегового покрова земли к снеговой нагрузке на кровельное покрытие.

μ - зависит от угла наклона ската кровли:

$\mu = 1$ при углах наклона ската кровли меньше 25°.

$\mu = 0,7$ при углах наклона ската кровли от 25 до 60°.

При углах наклона крыши более чем на 60°, значение μ — в расчёте не учитывают.

семье Петровых, состоящей из шести человек, проживающей в г. Кострома, решили заменить крышу бани (смотрите на рис.), при этом выяснилось, что существует несколько способов перекрытия крыш.

Есть определенная закономерность архитектурного построения здания, при котором расчет угла наклона крыши определяется отношением высоты крыши к ширине дома как 1:3. Этот способ определения угла крыши очень приблизительный, так как не учитывает ни выбор кровельного материала, ни ветровые и снеговые нагрузки в данном регионе.

Ответ:



Снеговой район	1	2	3	4	5	6	7	8
8д (кгс/м ²)	80	120	180	240	320	400	480	560

Задание 3.

Задание 4. «Баня».

Характеристика задания;

1. **Область содержания:** Изменение и зависимости.
2. **Контекст:** Научный.
3. **Мыслительная деятельность:** Интерпретировать
4. **Объект оценки (предметный результат):** представлять в свободной словесной форме обоснованный ответ, который определяется особенностями ситуации.
5. **Уровень сложности:** 3. Умение размышлять и рассуждать
6. **Формат ответа:** с развернутым ответом.
7. **Критерии оценивания (0,1 или 2 балла):**

0 баллов	Нет верного ответа
1 балл	Оба неправы
2 балла	Дедушка неправ: угол наклона крыши 9° . Папа неправ. Снеговой район г. Кострома - 4. Снеговая нагрузка 240 кгс/м^2

ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

ЦЕНТР ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ

На сайте института размещены **апробационные работы** (*демонстрационные варианты*) по функциональной грамотности (математической)- диагностические работы для учащихся 5 и 7 классов. <http://skiv.instrao.ru/>

Характеристики заданий и система оценивания мониторинга формирования и оценки функциональной грамотности (*Математическая грамотность*)

Даны **основные подходы к оценке математической грамотности** учащихся основной школы.

Размещены **рекомендации** по организации и проведению апробации инструментария и технологии мониторинга формирования функциональной грамотности учащихся 5 и 7 классов

